Lycée secondaire Nassrallah	Devoir de Contrôle n°2 Mathématiques	*Prof :* ***Mr Selmi Sofièn***
Classe : $4sc_2$	Durée : 2 heures	A.S : 2020 / 2021

Exercice n°1 (6 points)

Tous les employés d'une entreprise ont subit une des deux vaccinations anti-covid19 : sputnikV et Pfizer.
40% des employés ont pris le vaccin sputnikV tandis que 60% ont pris le vaccin Pfizer.
Selon les résultats des essais cliniques, les vaccins sputnikV et Pfizer sont éfficaces respectivement à 92% et 95%.
L'entreprise décide de faire des tests pour poursuivre l'efficacité du vaccin chez ses employés.
On choisi un employer au hasard et on considère les évènements :
S : « L'employer à subit le vaccin sputnikV »
T : « Le test d'efficacité est positif »

1) a- Dessiner un arbre pondéré qui modélise cette situation.
   b- Vérifier que $p(T) = 0,938$.
   c- Donner une valeur approchée à 10^{-2} prés de $p(S/T)$.
2) 33,1% des employés ont déclaré ressentir des effets indésirables à différentes fréquences après la vaccination.
   Parmi ceux qui sont positifs au test d'efficacité, on a constaté que 40% ont ressenti des effets indésirables.
   On note par I, l'évènement : « L'employer déclare ressentir des effets indésirables »
   a- Déterminer $p(I \cap T)$.
   b- Montrer alors que $p(I/\overline{T}) = 0,8$.
   c- Calculer la probabilité qu'un employer à un test négatif ou qu'il a ressenti des effets indésirables.
3) On choisi maintenant successivement et indépendamment 3 employés au hasard et on note p la probabilité que deux exactement parmi eux ont déclaré ressentir des effets indésirables.
   Donner une valeur approchée à 10^{-1} prés de p.

Exercice n°2 (4,5 points)

1) Soit les fonctions h et H définies sur $\left[0,\sqrt{2}\right]$ par :

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+2}} \quad \text{et} \quad H(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+2}\right)$$

   a- Montrer que H est une primitive de h sur $\left[0,\sqrt{2}\right]$.

b- Soit $I=\int_0^{\sqrt{2}} h(x)\,dx$. Vérifier que $I=\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$.

2) Soit $J=\int_0^{\sqrt{2}} x^2 h(x)\,dx$ et $K=\int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{h(x)}\,dx$.

a- Vérifier que $J+2I=K$.

b- A l'aide d'une intégration par parties ; Montrer que $K=2\sqrt{2}-J$.

c- Déduire les valeurs de J et K.

<u>Exercice n°3</u> (9,5 points)

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=\begin{cases} x^2(\ln x-1) & \text{si } x>0 \\ 0 & \text{si } x=0 \end{cases}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a- Etudier la continuité et la dérivabilité de f à droite en 0.

b- Etudier la branche infinie de f au voisinage de $+\infty$.

c- Dresser le tableau des variations de f.

2) On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=f(x)-\frac{\ln x}{x}$ et on donne dans l'annexe ci-joint sa courbe (C') sur laquelle, on a placé les points A et B d'abscisses respectives $\sqrt{e}$ et e.

a- Déterminer la position relative de (C) et (C').

b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-g(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.

c- Tracer dans le même repère de l'annexe la courbe (C) de f.

3) Soit S la surface du plan limitée par la courbe (C), la courbe (C') et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.

a- Hachurer La surface S.

b- Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de S.