Exercice n°1

Un fabricant d'écrans plasma teste une première fois ses appareils à la sortie de la chaine de fabrication. Si le test est positif (l'écran fonctionne correctement), l'écran est accepté. Si non, l'écran retourne en usine où il est réparé puis testé une seconde fois.
Si le deuxième test est positif, l'écran est accepté, si non il est rejeté.
Une étude statistique a permis de montrer que le test est positif pour 80% des écrans à la sortie directe de l'usine et parmi les écrans réparés, seulement 75% passent le second test avec succès. On note T l'évènement : « Le premier test est positif » et A l'évènement : « L'écran est accepté ».

1) a- Donner p(T) et $p(A/\overline{T})$.
   b- Montrer que p(A) = 0,95.
   c- Un client achète un écran plasma. Quelle est la probabilité que l'écran a subit le premier test avec succès ?
2) Chaque jour l'usine fabrique 10 écrans plasma. On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre d'écrans acceptés chaque jour.
   a- Quelle est la loi de probabilité de X ?
   b- Calculer $p(X=9)$.
   c- Calculer l'espérance et l'écart-type de X.
3) La fabrication d'un écran revient à 330DT au fabricant si l'écran n'est testé qu'une seule fois. Cela lui coûte 60DT de plus si l'écran doit-être testé une seconde fois.
   Un écran accepté est vendu à xDT ($x \in IR_+$) au client.
   Soit Y la variable aléatoire qui à chaque écran fabriqué, associe le « gain » (éventuellement négatif) réalisé par le fabricant.
   a- Déterminer la loi de probabilité de Y en fonction de x.
   b- Vérifier que l'espérance de Y est $E(Y) = 0{,}95x - 342$.
   c- A partir de quelle valeur de x, un écran doit être vendu pour que le fabricant réalise des bénéfices ?

Exercice n°2

Deux appareils M_1 et M_2 evaluent l'épaisseur (en cm) de pièces mécaniques.
30% des pièces sont evaluées par l'appareil M_1 et parmi celles evaluées par cette même appareil, 90% sont acceptées.
On conidère les évènements M : « La pièce est evaluée par M_1 » et A : « La pièce est accéptée ».

1) Donner p(M) et p(A/M).
2) Une etude statistique à permi de conclure que l'épesseur (en cm) de ces pièces peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi éxponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}078$.
   Les pièces sont accéptées si leur épaisseur est supérieur à 2,4 cm.
   a- Calculer p(A).
   Dans la suite, on prend p(A) = 0,83.
   b- Calculer $p(A \cap M)$, en déduire $p(A \cap \overline{M})$.
   c- Montrer que $p(A/\overline{M}) = 0{,}8$.

3) Dans un lot de 20 pièces, qu'elle est la probabilité p qu'au moins une pièce soit non accépté ?

Exercice n°3

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $((O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A(–i) et B(–2i)

A tout d'affixe $z \neq -2i$ on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{z+2}{iz-2}$.

1/ Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que z' est imaginaire.

2/ a- Vérifier $z' + i = \frac{1-2i}{iz-2}$. En déduire que AM'×BM=$\sqrt{5}$.

b- Déterminer, alors l'ensemble des points M' tels que M décrit le cercle de centre B et de rayon.

3/ On suppose que $z \neq -i$ et $z \neq -2i$.

a- Monter que$\left(\vec{u},\overrightarrow{OM'}\right) \equiv -\frac{\pi}{2} + (\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM})[2\pi]$.

b- Déterminer, alors l'ensemble des points M', lorsque M se déplace sur le segment $]AB[$.

Exercice n°4

1) Soit f la fonction définie sur $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ par f(x) = - ln (1 + sin x)

a- Dresser le tableau de variations de f

b- Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera

c- Montrer que f^{-1} est dérivable sur J et que pour tout x de J, $(f^{-1})'(x) = \frac{-1}{\sqrt{2e^x - 1}}$

2) Soit g la fonction définie sur] – ln 2, $+\infty$ [par g(x) = $\frac{-1}{\sqrt{2e^x - 1}}$

a- Justifier que g est dérivable sur son domaine de définition et montrer que pour tout réel x de D_g

on a $g'(x) = \frac{e^x}{(\sqrt{2e^x - 1})^3}$

b- Dresser le tableau de variations de g

c- Tracer la courbe C_g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

d- Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (Cg) et les droites d'équations : y=0, x = 0 et x = ln2