Hichem.Benaich@edunet.tn

Proposée par Benaich Hichem

SERIE DE PHYSIQUE N° 1

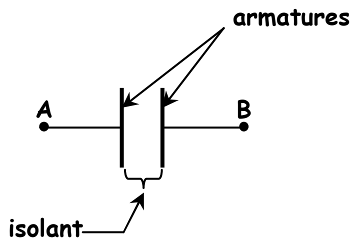
Le dipôle RC

RAPPEL DU COURS

A / Le condensateur :

I/ Le condensateur – description et symbole :

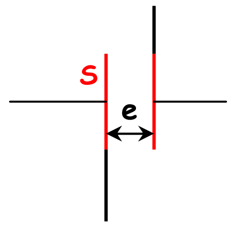
Un condensateur est formé de deux lames conductrices (armatures) séparées par un isolant diélectrique (verre , air , film plastique , mica , céramique) , dont la représentation symbolique est donnée par la figure ci-contre :



En général , la capacité **C** d'un condensateur dépend de la surface de ses armatures , de la distance entre ses armatures et de la nature de son diélectrique .

Pour un condensateur plan , on admet que la capacité **C** est donnée par la formule suivante :

$$\boxed{C = \varepsilon . \frac{S}{e}}$$



ε : est une constante qui caractérise le diélectrique , elle est appelée **permittivité absolue** du diélectrique , elle s'exprime en **F.m**$^{-1}$.

S : est la valeur commune des deux surfaces en regard des deux armatures , elle s'exprime en **m**^{2} .

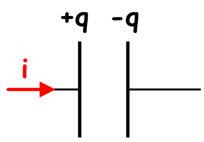
e : est la distance entre les armatures , elle s'exprime en **m** .

La capacité **C** est alors exprimée en Farad **F** .

II/ Charge d'un condensateur et intensité du courant :

1°) Charge q d'un condensateur :

On choisit arbitrairement un sens positif pour l'intensité du courant , celui indiqué sur la figure ci-contre par exemple :



Soit **i** l'intensité algébrique du courant :

- **i > 0** si le courant circule dans le sens de la figure ci-dessus .
- **i < 0** s'il circule dans le sens contraire .

Définition :

On appelle charge **q** d'un condensateur , la charge de l'une de ses armatures choisie conventionnellement , celle vers laquelle est orienté le sens positif du courant .

3°) Relation entre l'intensité i du courant et la charge q d'un condensateur :

$$\boxed{i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}}$$

4°) Relation entre la charge q d'un condensateur et la tension U_C à ces bornes :

$$\boxed{U_C = \frac{q}{C}} \Rightarrow \boxed{q = C.U_C}$$

U_C exprimé en volt (**V**) .

q exprimé en coulomb (**C**) .

C exprimé en Farad (**F**) .

Hichem.Benaich@edunet.tn
Proposée par Benaich Hichem

SERIE DE PHYSIQUE N° 1
Le dipôle RC

6°) Energie emmagasinée par d'un condensateur :

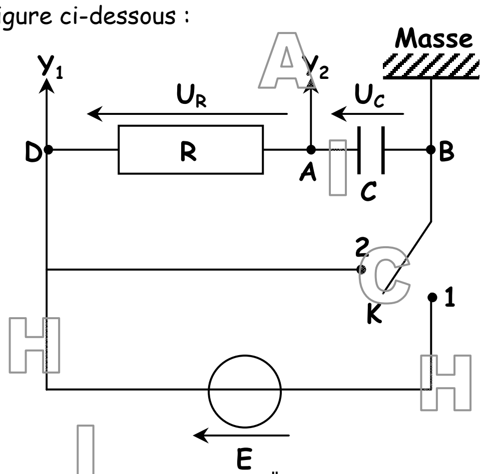
$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$. D'autre part , $U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C.U_C$; d'où , $E_C = \frac{1}{2}\frac{(C.U_C)^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{C^2.U_C^2}{C}$

Donc , $\boxed{E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}C.U_C^2}$

B / Le dipôle RC :

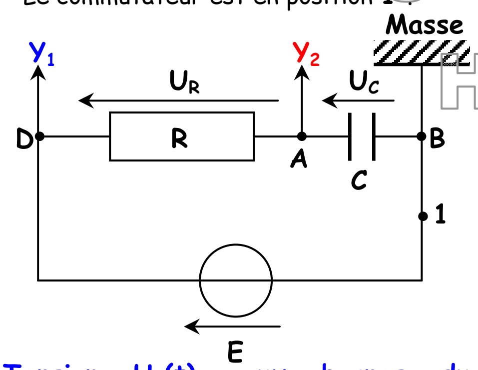
I/ Tension U_C aux bornes du condensateur :

On réalise le montage de la figure ci-dessous :

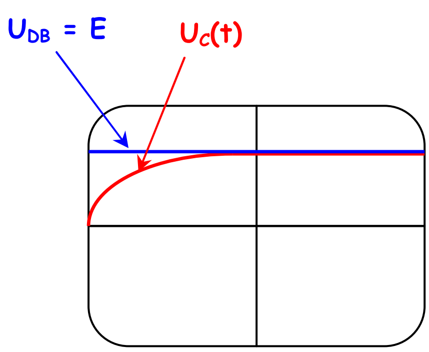


1°) Etude expérimentale de la charge du condensateur :

Le commutateur est en position 1 .

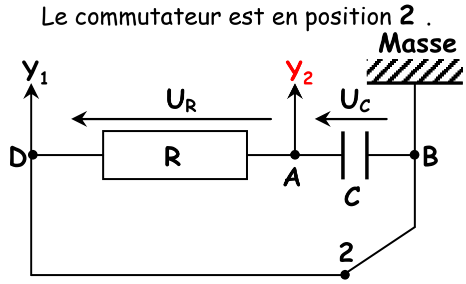


a) Tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur :

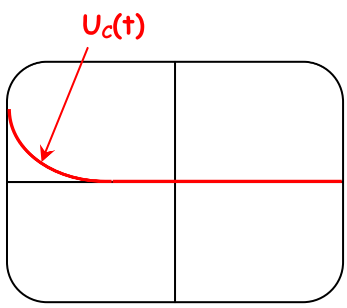


2°) Etude expérimentale de la décharge du condensateur :

Le commutateur est en position 2 .



a) Tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur :



SERIE DE PHYSIQUE N° 1

Le dipôle RC

c) Etude théorique :

La loi des mailles s'écrit :

$U_R + U_C = E$ (1)

Or $U_R = R.i = R.\dfrac{dq}{dt}$ (2) et $U_C = \dfrac{q}{C}$

◎ Equation différentielle en q et en i :

(1) devient : $R.\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = E$

$\Rightarrow \dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = \dfrac{E}{R}$

Posons $\tau = RC$

L'équation différentielle devient :

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = E}$$

ou encore $\boxed{i + \dfrac{1}{\tau}\int i dt = \dfrac{E}{R}}$

◎ Equation différentielle en U_C :

$U_C = \dfrac{q}{C} \Rightarrow q = C.U_C$.

$U_R = R.\dfrac{dq}{dt} = R.\dfrac{d(C.U_C)}{dt} = RC.\dfrac{dU_C}{dt}$

(1) devient : $RC.\dfrac{dU_C}{dt} + U_C = E$ (2)

$\Rightarrow \dfrac{dU_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}U_C = \dfrac{E}{RC}$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{dU_C}{dt} + \dfrac{1}{\tau}U_C = \dfrac{E}{\tau}}$ (*)

c) Etude théorique :

La loi des mailles s'écrit :

$U_R + U_C = 0$ (1)

Or $U_R = R.i = R.\dfrac{dq}{dt}$ (2) et $U_C = \dfrac{q}{C}$

◎ Equation différentielle en q et en i :

(1) devient : $R.\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = 0$

$\Rightarrow \dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{RC}q = 0$

Posons $\tau = RC$

L'équation différentielle devient :

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = 0}$$

ou encore $\boxed{i + \dfrac{1}{\tau}\int i dt = 0}$

◎ Equation différentielle en U_C :

$U_C = \dfrac{q}{C} \Rightarrow q = C.U_C$.

$U_R = R.\dfrac{dq}{dt} = R.\dfrac{d(C.U_C)}{dt} = RC.\dfrac{dU_C}{dt}$

(1) devient : $RC.\dfrac{dU_C}{dt} + U_C = 0$ (2)

$\Rightarrow \dfrac{dU_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}U_C = 0$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{dU_C}{dt} + \dfrac{1}{\tau}U_C = 0}$ (*)

BENAICH HICHEM

SERIE DE PHYSIQUE N° 1

Le dipôle RC

La solution de l'éq. (∗) est de la forme :

$U_C(t) = A.e^{-\alpha t} + B$

où A , B et α sont des constantes à déterminer .

A $t = 0$, $U_C = 0 \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow B = -A$.

D'où , $U_C(t) = A.e^{-\alpha t} - A$

$\Rightarrow U_C(t) = A.(e^{-\alpha t} - 1)$

$$\frac{dU_C}{dt} = A.(-\alpha\, e^{-\alpha t}) = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$$

On remplace dans (2) :

$RC.(-\alpha.A.e^{-\alpha t}) + A.(e^{-\alpha t} - 1) = E$

$\Rightarrow -\alpha.\tau.e^{-\alpha t} + A.e^{-\alpha t} - A = E$

$\Rightarrow -A + (1 - \alpha.\tau).A.e^{-\alpha t} = E$

En égalisant membre à membre cette équation qui doit être satisfaite pour toute valeur de t , on obtient :

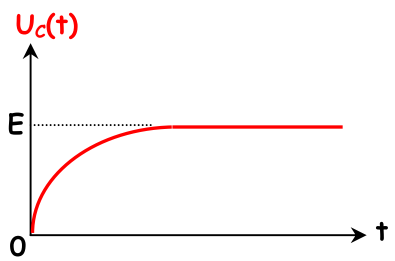
$-A = E \Rightarrow A = -E$

et $1 - \alpha.\tau = 0 \Rightarrow \alpha = \dfrac{1}{\tau}$

Donc , $U_C(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

soit $\boxed{U_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

D'où , la courbe représentative de la fonction $U_C(t)$ est la suivante :



La solution de l'éq. (∗) est de la forme :

$U_C(t) = A.e^{-\alpha t}$

où A et α sont des constantes à déterminer .

A $t = 0$, $U_C = E \Rightarrow A = E$.

D'où , $U_C(t) = E.e^{-\alpha t}$

$$\frac{dU_C}{dt} = E.(-\alpha\, e^{-\alpha t}) = -\alpha.E.e^{-\alpha t}$$

On remplace dans (2) :

$RC.(-\alpha.\ E.e^{-\alpha t}) + E.e^{-\alpha t} = 0$

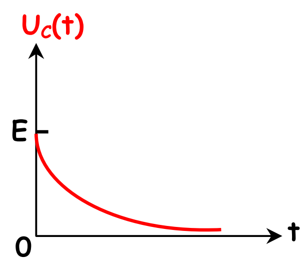
$\Rightarrow (1 - RC.\alpha).E.e^{-\alpha t} = 0$

$\Rightarrow 1 - RC.\alpha = 0 \Rightarrow RC.\alpha = 1$

$\Rightarrow \alpha = \dfrac{1}{RC}$ soit $\alpha = \dfrac{1}{\tau}$

Donc , $\boxed{U_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

D'où , la courbe représentative de la fonction $U_C(t)$ est la suivante :



Hichem.Benaich@edunet.tn
Proposée par Benaich Hichem

SERIE DE PHYSIQUE N° 1

Le dipôle RC

◎ **Expression de q(t)** :

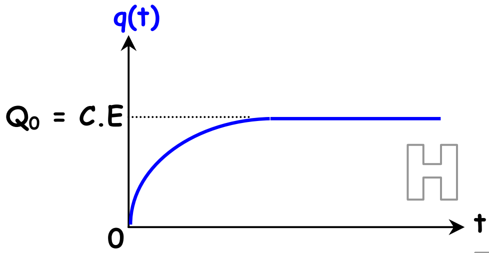
$$U_C(t) = \frac{q(t)}{C} \Rightarrow q(t) = C.U_C(t)$$

$$\Rightarrow q(t) = C.E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

soit $\boxed{q(t) = Q_0.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

avec $Q_0 = C.E$

D'où , la courbe représentative de la fonction **q(t)** est la suivante :



◎ **Expression de i(t)** :

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

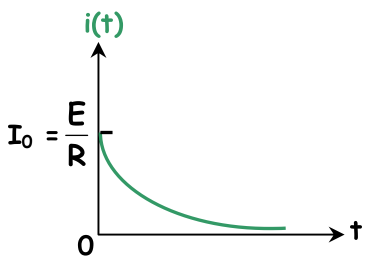
$$\Rightarrow i(t) = Q_0.(\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{Q_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{C.E}{R.C} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

soit $\boxed{i(t) = I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

avec $I_0 = \frac{E}{R}$

D'où , la courbe représentative de la fonction **i(t)** est la suivante :



◎ **Expression de q(t)** :

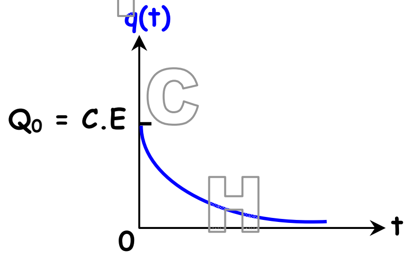
$$U_C(t) = \frac{q(t)}{C} \Rightarrow q(t) = C.U_C(t)$$

$$\Rightarrow q(t) = C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

soit $\boxed{q(t) = Q_0.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

avec $Q_0 = C.E$

D'où , la courbe représentative de la fonction **q(t)** est la suivante :



◎ **Expression de i(t)** :

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

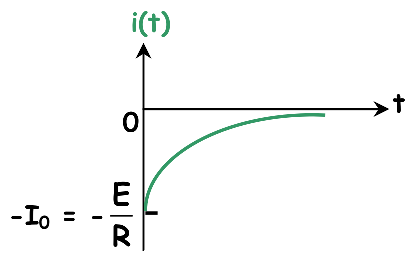
$$\Rightarrow i(t) = Q_0.(-\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{Q_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow i(t) = -\frac{C.E}{R.C} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

soit $\boxed{i(t) = -I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

avec $I_0 = \frac{E}{R}$

D'où , la courbe représentative de la fonction **i(t)** est la suivante :



Hichem.Benaich@edunet.tn

Proposée par Benaich Hichem

SERIE DE PHYSIQUE N° 1

Le dipôle RC

II/ La constante de temps τ d'un dipôle RC :

1°) Analyse dimensionnelle de la constante de temps τ :

D'après la loi d'ohm pour un conducteur ohmique : $u = R.i$, on a $[R] = \dfrac{[u]}{[i]}$.

Pour un condensateur , $u = \dfrac{q}{C} \Rightarrow [C] = \dfrac{[q]}{[u]}$.

D'autre part , $i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow [i] = \dfrac{[q]}{[t]} \Rightarrow [t] = \dfrac{[q]}{[i]}$.

D'où , $[RC] = \dfrac{[u]}{[i]}\dfrac{[q]}{[u]} = \dfrac{[q]}{[i]} = [t] \Rightarrow \tau$ a la dimension d'un temps exprimé en seconde (**s**) .

2°) Détermination de la constante de temps τ :

a) Par calcul direct :

Connaissant les valeurs de **R** et de **C** , on peut calculer directement la valeur de la constante de temps $\tau = RC$.

b) Détermination graphique (première méthode) :

Déterminons l'équation de la tangente à la courbe de charge $U_C(t)$ au point d'abscisse $t = 0$.

Rappel mathématique : L'éq. de la tangente au point d'absc. x_0 s'écrit : $y = f'(x_0).(x-x_0) + f(x_0)$.

$U_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Donc , $\dfrac{dU_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \left(\dfrac{dU_C}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{E}{\tau}$ et $U_C(0) = 0$.

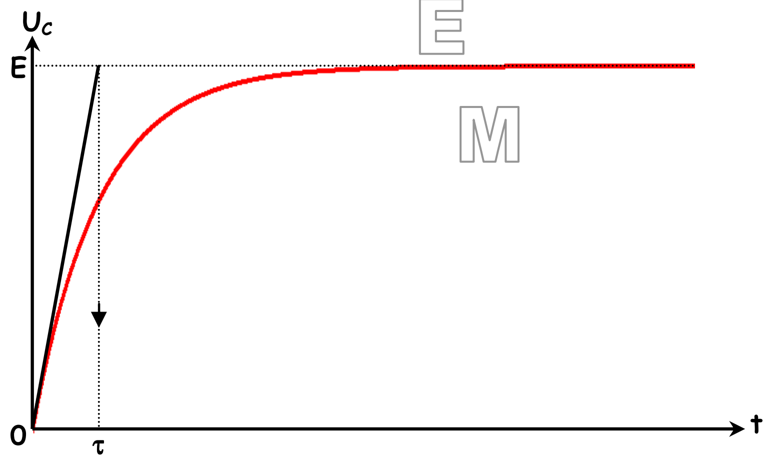
Donc , l'éq. de la tangente s'écrit : $U_C(t) = \dfrac{E}{\tau}.t$.

Déterminons alors l'intersection de cette tangente avec la droite $U_C = E$.

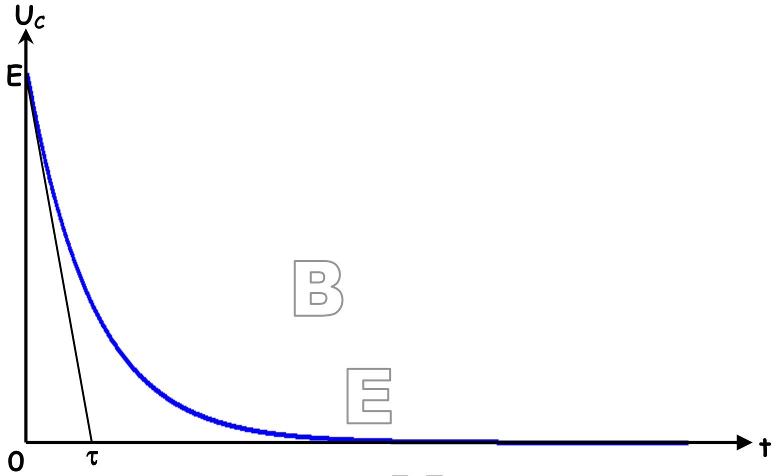
Pour cela , il suffit de résoudre l'éq. : $\dfrac{E}{\tau}.t = E \Rightarrow \dfrac{t}{\tau} = 1 \Rightarrow t = \tau$

Méthode :

L'intersection de la tangente à la courbe $U_C(t)$ à $t = 0$ avec la droite $U_C = E$ donne donc $t = \tau$.



Remarque : La même méthode de détermination graphique de s'applique à la courbe de décharge .



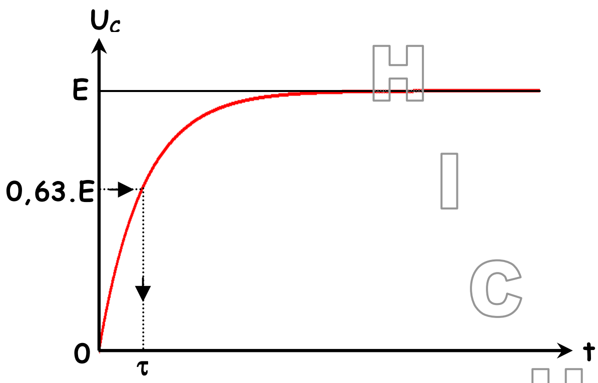
c) Détermination graphique (deuxième méthode) :

☐ **Cas de la charge** :

En remplaçant **t** par τ dans l'expression de $U_C(t)$, on obtient :

$U_C = E.(1 - e^{-1}) = 0,63.E$.

Donc , graphiquement , le point d'ordonnée **0,63.E** a pour abscisse τ .

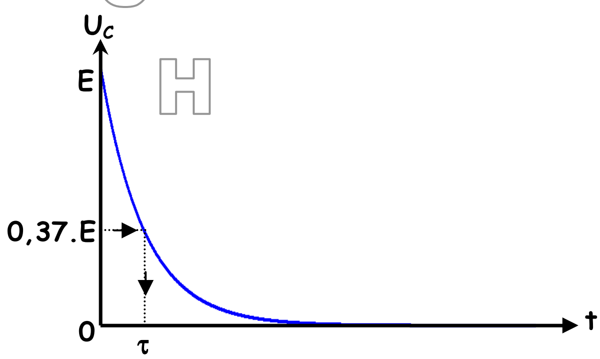


☐ **Cas de la décharge** :

En remplaçant **t** par τ dans l'expression de $U_C(t)$, on obtient :

$U_C = E.e^{-1} = 0,37.E$.

Donc , graphiquement , le point d'ordonnée **0,37.E** a pour abscisse τ .



Hichem.Benaich@edunet.tn

SERIE DE PHYSIQUE N° 1

Le dipôle RC

EXERCICE 1

Un condensateur plan est formé par deux feuilles en aluminium, de surface en regard $S = 2\ m^2$, séparées par du polystyrène de permittivité absolue $\varepsilon = 2.10^{-11}\ F.m^{-1}$ et d'épaisseur $e = 0,2\ mm$.

1°) Calculer la capacité C du condensateur.

2°) Le condensateur est chargé sous une tension de 40 V. Calculer l'énergie emmagasinée par ce condensateur.

Rép. Num.: **1°)** $C=\varepsilon\frac{S}{e}=0,2\mu F$; **2°)** $E_C=\frac{1}{2}CU_C^2=16\mu J$.

EXERCICE 2

On charge un condensateur de capacité $C = 20\ \mu F$, initialement non chargé, à l'aide d'un générateur de courant d'intensité $I = 1,8\ \mu A$. La durée de charge est de $\Delta t = 10$ secondes.

1°) Déterminer la charge q acquise par le condensateur lorsque le circuit reste fermé pendant la durée Δt.

2°) Déterminer alors :

a) La tension U_C aux bornes de ce condensateur.

b) L'énergie emmagasinée par le condensateur.

Rép. Num.: **1°)** $q=I.\Delta t=18\mu C$; **2°) a)** $U_C=\frac{q}{C}=0,9V$; **b)** $E_C=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}CU_C^2=8,1\mu J$.

EXERCICE 3

On réalise le circuit ci-dessous (figure 1) constitué d'un générateur de courant, d'un condensateur, d'un ampèremètre, et d'un interrupteur. Le condensateur est préalablement déchargé, et à la date t = 0 s, on ferme l'interrupteur K. L'ampèremètre indique alors une valeur constante d'intensité $I_0 = 0,144\ mA$.

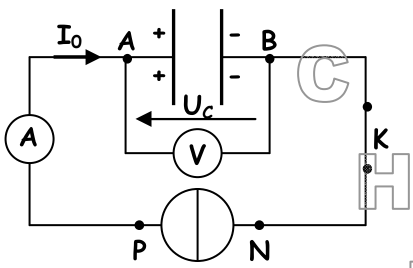


Figure 1

Générateur de courant (I_0 = 0,144 mA)

Un ordinateur muni d'une interface (non représenté) relève, à intervalles de temps réguliers, la tension u_{AB} aux bornes du condensateur. Les résultats sont les suivants :

t (s)	0	5	10	15	20	25	30
U_C(V)	0	1,5	3	4,6	6,1	7,6	9,2

1°) Rappeler la relation permettant de calculer la charge q du condensateur en fonction de I.

2°) a) Tracer alors la courbe donnant les variations de la charge q du condensateur en fonction de la tension U_C à ses bornes.

b) Déduire de la courbe $q = f(U_C)$ la valeur de la capacité C.

Rép. Num.: **1°)** I_0=cste $\Rightarrow q=I_0.t$;

2°) b) $q=f(U_C)$: droite passant par l'origine $\Rightarrow q=A.U_C$ et $q=C.U_C$; donc, $C=A=0,48.10^{-3}F$.

Hichem.Benaich@edunet.tn

SERIE DE PHYSIQUE N° 1
Le dipôle RC

EXERCICE 4

On considère le montage ci-dessous . Le condensateur a une capacité de valeur $C = 40\ \mu F$, la résistance R_1 vaut 500 kΩ et la résistance R_2 vaut 2 MΩ .
Le générateur de tension continue a une f.é.m. E de 10 V .

1°) Calculer la constante de temps du dipôle R_1C .

2°) A l'instant t = 0 , on bascule le commutateur en position 1 .
Déterminer à t = 10 s :
- La valeur de la tension U_C aux bornes du condensateur.
- L'intensité du courant i circulant dans le circuit.

3°) A l'instant t = 10 s , on bascule le commutateur en position 2 . Déterminer à t = 15 s :
- La valeur de la tension U_C aux bornes du condensateur.
- L'intensité du courant i circulant dans le circuit.

Rép. Num.: **1°)** $\tau_1 = R_1.C = 20s$; **2°)** $U_C = 3{,}93V$; $i = 1{,}21.10^{-5}A$; **3°)** $U_C = 3{,}7V$; $i = -1{,}84\mu A$.

EXERCICE 5

Pour étudier la charge d'un condensateur ou sa décharge dans un résistor , on réalise le montage de la figure 1 .

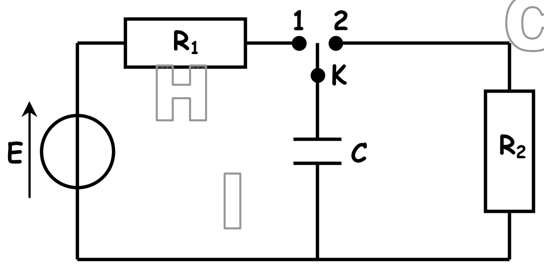


Figure 1

A l'aide d'un ordinateur , d'un capteur et d'une interface de saisie de données , on suit l'évolution temporelle de la tension U_C aux bornes du condensateur .

1°) En plaçant le commutateur dans la position 1 , on obtient la courbe $U_C(t)$ représentée sur la figure 2 .

a) Justifier théoriquement l'allure de la courbe $U_C(t)$ de la figure 2 .

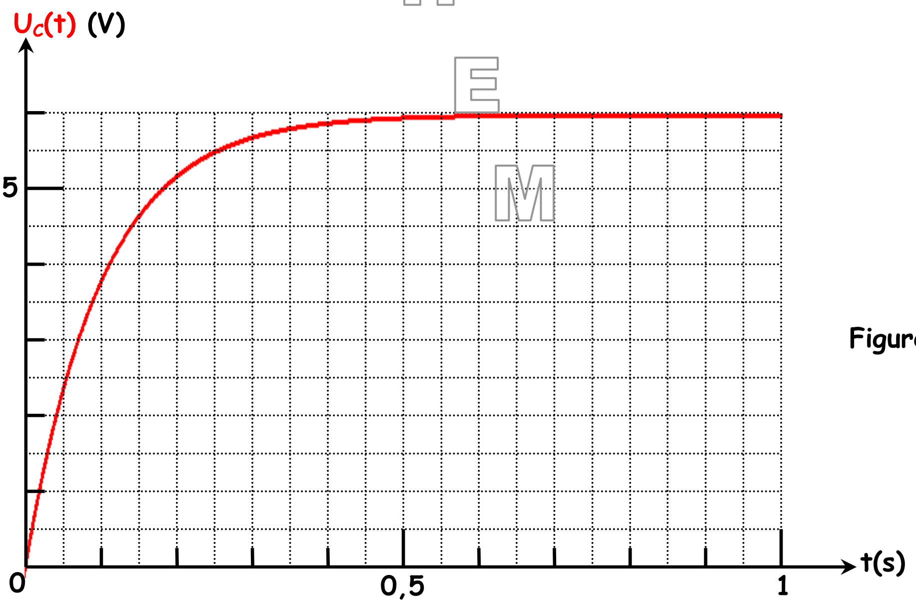


Figure 2

b) Déterminer graphiquement le temps mis par le condensateur pour se charger .
Pour cela , on suppose que le condensateur est complètement chargé lorsque U_C = E à 1% près .

2°) On bascule le commutateur dans la position 2 , le condensateur se décharge complètement dans le résistor de résistance R_2 = 1 kΩ au bout d'une durée t = 250 ms . La courbe de décharge $U_C(t)$ est représentée sur la figure 3 .

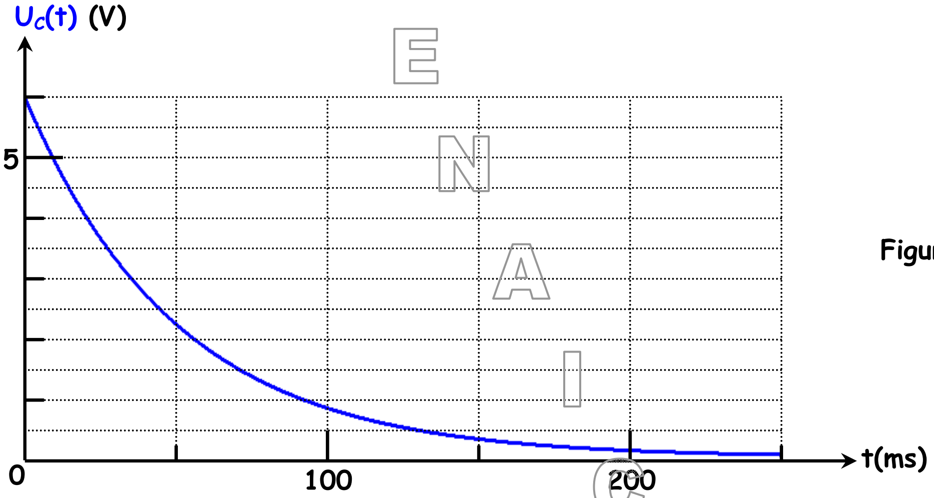


Figure 3

a) Justifier théoriquement l'allure de la courbe $U_C(t)$ lors de la décharge du condensateur à travers le résistor de résistance R_2 .

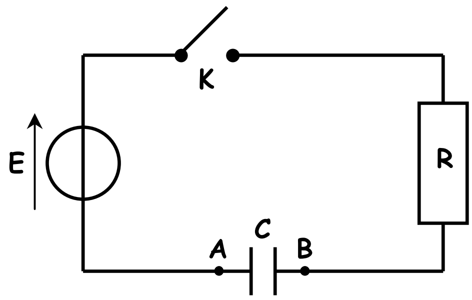
b) Déterminer graphiquement la constante de temps τ_2 et en déduire la valeur de la capacité C du condensateur .

3°) Déterminer la valeur de la résistance R_1 .

Rép. Num.: 1°) **b)** τ_1=0,1s ; θ=4,6τ_1≈5τ_1=0,5s ; **2°) b)** τ_2=50ms ; $C=\frac{\tau_2}{R_2}$=50μF ; $R_1=\frac{\tau_1}{C}$ =2kΩ .

EXERCICE 6

On charge un condensateur de capacité C = 1,2 μF selon le montage schématisé sur la figure ci-contre . Le générateur est une alimentation stabilisée délivrant une tension E = 6 V ; le conducteur ohmique a une résistance R = 5 kΩ .
A l'instant t = 0 , le condensateur est déchargé et l'on ferme l'interrupteur K .



1°) En désignant par q la charge portée par l'armature B , indiquer le sens arbitraire positif choisi pour avoir $i = \frac{dq}{dt}$.

2°) En appliquant la loi des mailles , établir l'équation différentielle vérifiée par q(t) .

3°) L'équation différentielle établie précédemment admet pour solution : $q(t) = \alpha.(1 - e^{-\frac{t}{\beta}})$ où α et β sont deux constantes .

a) Déterminer les expressions littérales de α et de β . Calculer leurs valeurs numériques .

b) Exprimer l'intensité du courant i(t) .

4°) a) Déterminer l'instant $t_{\frac{1}{2}}$ pour lequel q(t) est égale à $\frac{1}{2}$ C.E . L'exprimer en fonction de τ .

Hichem.Benaich@edunet.tn Proposée par Benaich Hichem

SERIE DE PHYSIQUE N° 1

Le dipôle RC

b) A quel instant a-t-on $q = \frac{C.E}{4}$?

Rép. Num. : 2°) $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau} q = \frac{E}{R}$; 3°) a) α=C.E=7,2µC ; β=R.C=6ms ; b) $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = 1{,}2.10^{-3} e^{-\frac{500}{3}t}$ (A) ;

4°) a) $t_{\frac{1}{2}} = \tau.\text{Log}2$; b) $t = \tau.\text{Log}(\frac{4}{3}) = 1{,}73$ms .

EXERCICE 7

Le montage du circuit électrique schématisé ci-dessous (figure 1) comporte :

- un générateur idéal de tension de force électromotrice E ;
- un conducteur ohmique de résistance R = 500 Ω ;
- un condensateur de capacité C inconnue ;
- un interrupteur K .
- un oscilloscope à mémoire .

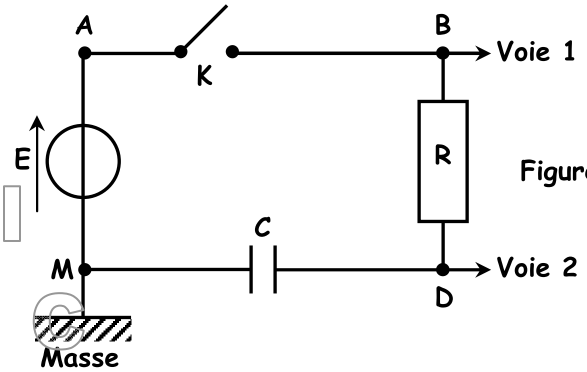


Figure 1

A l'instant t = 0 , on ferme l'interrupteur K

1°) Nommer les tensions mesurées sur chaque voie . Schématiser la tension aux bornes du condensateur (convention mode récepteur) .

2°) Sur l'écran de l'oscilloscope , on observe les oscillogrammes représentés sur la figure 2 .
Des deux oscillogrammes A et B , quel est celui qui correspond à la tension U_C aux bornes du condensateur ? Justifier votre réponse .

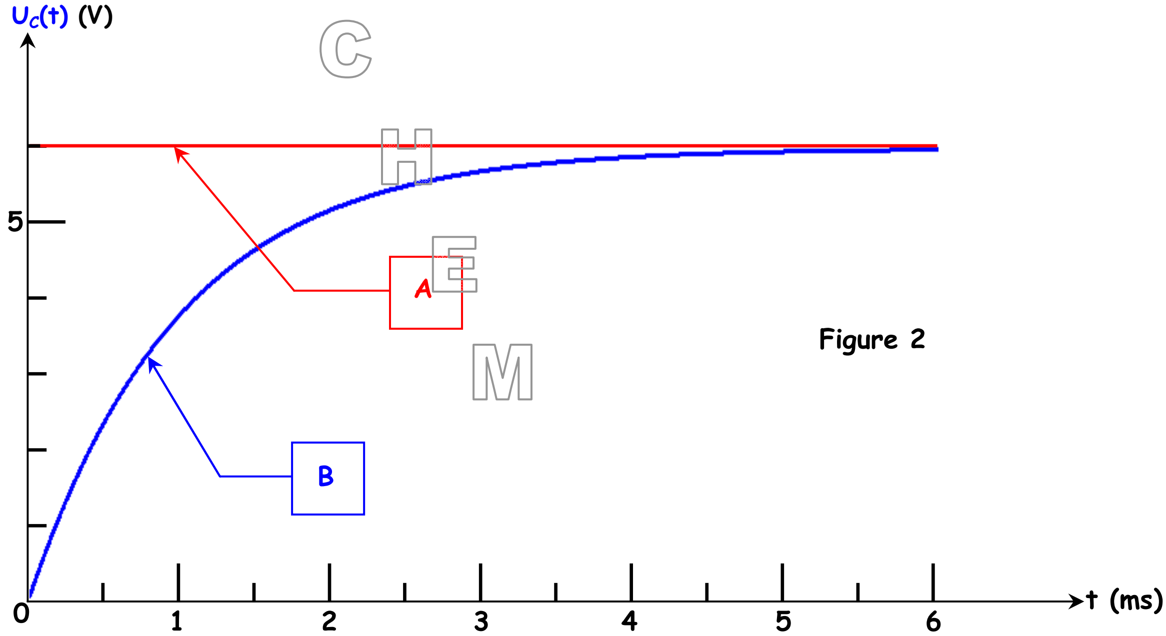


Figure 2

3°) Evaluer graphiquement la durée pour charger complètement le condensateur .

4°) Proposer une méthode permettant de charger moins rapidement le condensateur .

5°) Etablir l'équation différentielle relative à la tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur .

SERIE DE PHYSIQUE N° 1

Le dipôle RC

6°) Montrer que $U_c(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle précédente si τ correspond à une expression que l'on déterminera .

7°) Déterminer le rapport $\frac{U_C}{E}$ pour $t = \tau$. Déduire graphiquement la valeur de τ et celle de la capacité C .

8°) Calculer le rapport $\frac{U_C}{E}$ pour $t = 5.\tau$. Comparer ce résultat à celui trouvé en **3°)** . Conclure .

Rép. Num.: 1°) Voie1:U_g=E ; voie2:$U_C(t)$; 2°) Courbe A:U_g=E ; courbe B:$U_C(t)$; 3°) $\theta \approx 5ms$; 4°) Augmenter R ;

5°) $\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{R.C} U_C = \frac{E}{R}$; 6°) τ=R.C ; 7°) $\frac{U_C(\tau)}{E}$=0,63$\Rightarrow U_C(\tau)$=0,63.E , donc τ est l'abscisse du point d'ordonnée 0,63.E $\Rightarrow \tau$=1ms ; C=$\frac{\tau}{R}$ =2µF ;

8°) $\frac{U_C(5.\tau)}{E}$ =1-e^{-5}=0,99$\Rightarrow U_C(5.\tau)$=0,99.E$\Rightarrow$le condensateur chargé à 1% ;

EXERCICE 8

Le montage du circuit électrique schématisé ci-dessous sur la figure comporte :
- un générateur idéal de tension de force électromotrice E = 12,0 V ;
- un conducteur ohmique de résistance R inconnue ;
- un condensateur de capacité C = 120 µF ;
- un interrupteur K .

Le condensateur est initialement déchargé .
À la date t = 0 , on ferme l'interrupteur K .

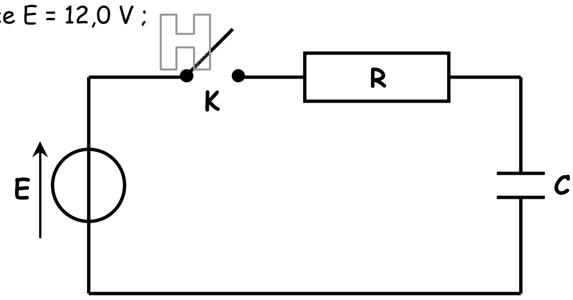


Figure 1

1°) En désignant par q la charge portée par l'armature chargée positivement , indiquer sur le schéma le sens arbitraire positif choisi pour avoir $i = \frac{dq}{dt}$.

2°) En utilisant la convention récepteur , représenter par des flèches sur la figure 1 les tensions U_C aux bornes du condensateur et U_R aux bornes du conducteur ohmique .

3°) **a)** Donner l'expression de U_R en fonction de i .

b) Donner l'expression de i en fonction de la charge q du condensateur .

c) Donner la relation liant q et U_C .

d) En déduire l'expression de i en fonction de la capacité C et de la tension U_C .

e) En utilisant la loi des mailles , établir l'équation différentielle notée (1) à laquelle obéit U_C .

4°) Vérifier que $U_C(t) = E\,(1- e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle (1) .

5°) On s'intéresse à la constante de temps du dipôle RC : τ = RC .

a) Par une analyse dimensionnelle, vérifier que le produit τ = RC est bien homogène à une durée .

b) A l'aide de la courbe $U_C = f(t)$ représentée sur la figure 2 (à remplir par le candidat et à remettre avec la copie) , déterminer graphiquement la valeur de τ par la méthode de votre choix .
La construction qui permet la détermination de τ doit figurer sur la courbe $U_c = f(t)$.

Hichem.Benaich@edunet.tn Proposée par Benaich Hichem

SERIE DE PHYSIQUE N° 1
Le dipôle RC

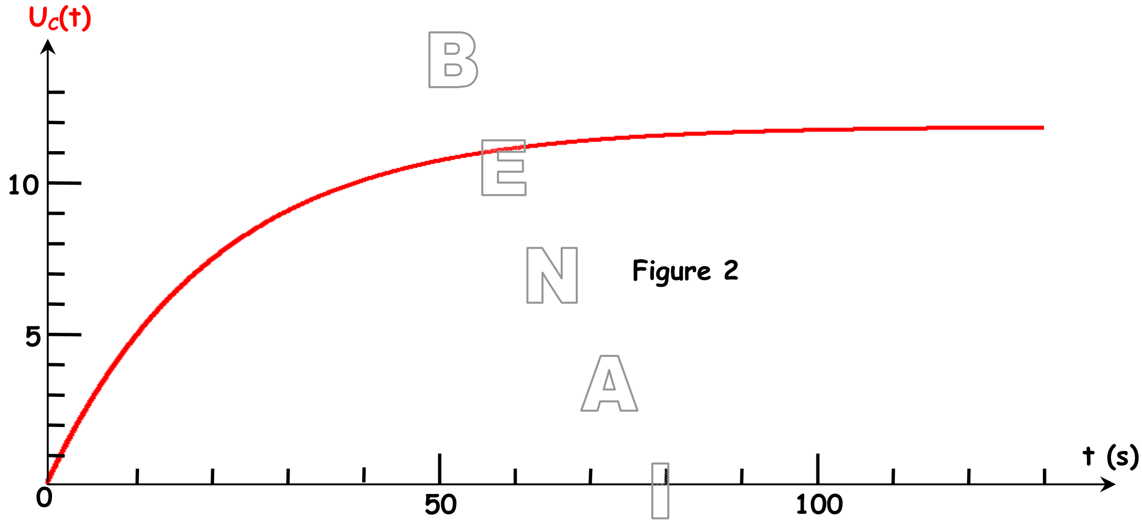


Figure 2

c) En déduire la valeur de la résistance R .

Application :

Au dipôle RC précédemment étudié , on associe un montage électronique qui commande l'allumage d'une lampe d'un ascenseur :

- la lampe s'allume lorsque la tension U_C aux bornes du condensateur est inférieure à une valeur limite U_ℓ = 6,0 V ;
- la lampe s'éteint dès que la tension U_C aux bornes du condensateur est supérieure à cette valeur limite U_ℓ = 6,0 V.

Le circuit obtenu (figure 3) est le suivant :

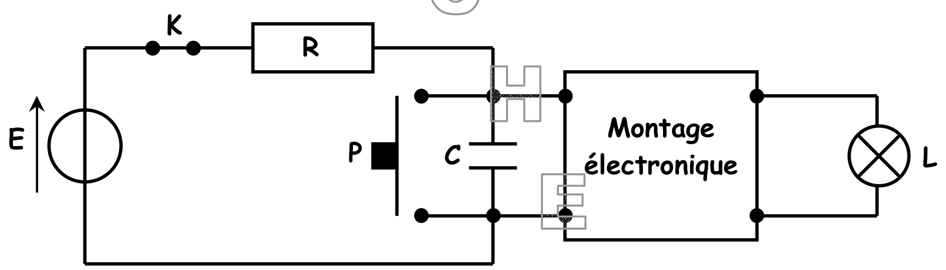


Figure 3

Fonctionnement du bouton poussoir :

Lorsqu'on appuie sur le bouton poussoir, ce dernier entre en contact avec les deux bornes du condensateur et se comporte comme un fil conducteur de résistance nulle . Il provoque la décharge instantanée du condensateur .

Lorsqu'on relâche le bouton poussoir, ce dernier se comporte alors comme un interrupteur ouvert.

6°) Le condensateur est initialement chargé avec une tension égale à 12 V , la lampe est éteinte . On appuie sur le bouton poussoir P.

Que devient la tension aux bornes du condensateur U_C pendant cette phase de contact ?

La lampe s'allume-t-elle ? Justifier la réponse .

7°) On relâche le bouton poussoir.

a) Comment évolue qualitativement la tension aux bornes du condensateur au cours du temps ?

b) La constante de temps du dipôle RC utilisé est τ = 25 s .

Comment évolue l'état de la lampe aussitôt après avoir relâché le bouton poussoir ?

c) En vous aidant de la solution de l'équation différentielle (donnée à la question **4°)**), donner l'expression littérale de la date t_ℓ, à laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite U_ℓ en fonction de U_ℓ, E et τ .

d) Calculer la valeur de t_ℓ durée d'allumage de la lampe .

e) Retrouver graphiquement la valeur de t_ℓ à l'aide de la courbe $U_C = f(t)$ de la figure 2 (à remplir et à remettre avec la copie) . Indiquer clairement cette durée sur le graphe .

8°) La tension aux bornes du générateur E étant constante, on voudrait augmenter la durée d'allumage . Quels sont les deux paramètres du circuit électrique de la figure 1 sur lesquels on peut agir ? Préciser pour chacun d'entre eux comment ils doivent varier .

Rép. Num. : 3°) **a)** $U_R=R.i$; **b)** $i=\frac{dq}{dt}$; **c)** $q=C.U_C$; **d)** $i=C\frac{dU_C}{dt}$; **e)** $\frac{dU_C}{dt}+\frac{1}{R.C}U_C=\frac{E}{R}$;

5°) **b)** τ=25s ; **c)** $R=\frac{\tau}{C}=2{,}08.10^5\ \Omega$; **6°)** $U_C=0< U_\ell \Rightarrow$ lampe allumée ;

7°) **a)** $U_C \nearrow$; **b)** La lampe reste allumée puis s'éteint ; **c)** $t_\ell=-\tau.(1-\frac{U_\ell}{E})$; **d)** t_ℓ= 17,33s ;

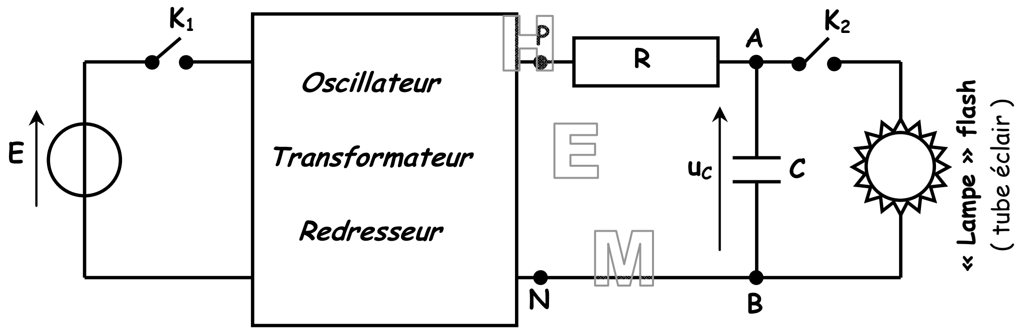
8°) Augmenter R et (ou) C .

EXERCICE 9

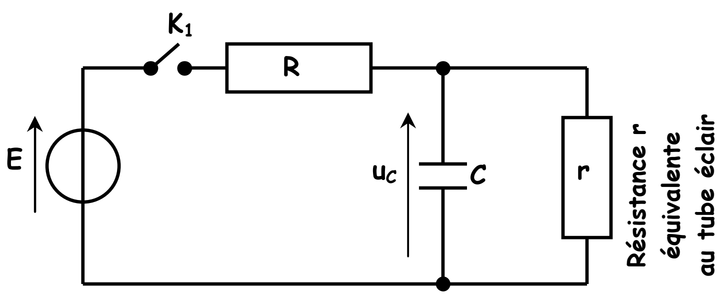
Le fonctionnement du flash est expliqué ci-dessous

Phase 1 : à la fermeture de l'interrupteur K_1, la pile alimente l'oscillateur qui délivre alors une tension alternative ; celle-ci peut être élevée grâce au transformateur ; le redresseur permet d'obtenir une tension continue de l'ordre de quelques centaines de volts entre les points P et N . Le condensateur se charge et emmagasine de l'énergie .

Phase 2 : au moment où le photographe appuie sur le déclencheur , l'interrupteur K_2 se ferme et le condensateur libère alors quasi spontanément l'énergie stockée dans la lampe , ce qui produit un flash lumineux .



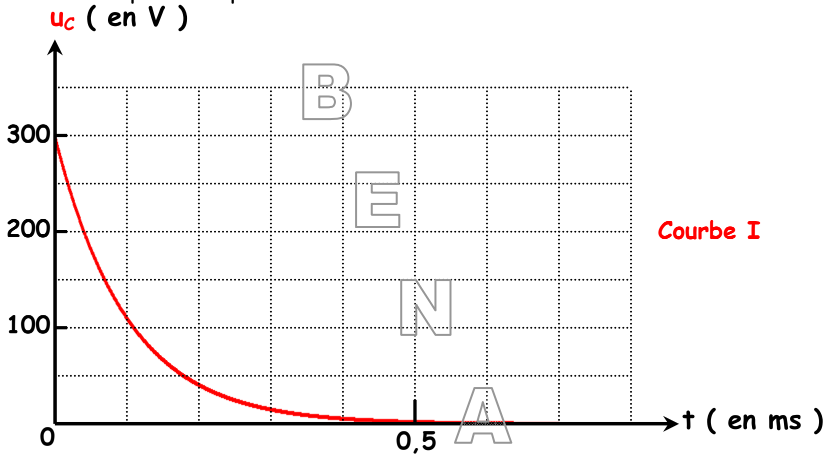
Le schéma équivalent au schéma de principe est :

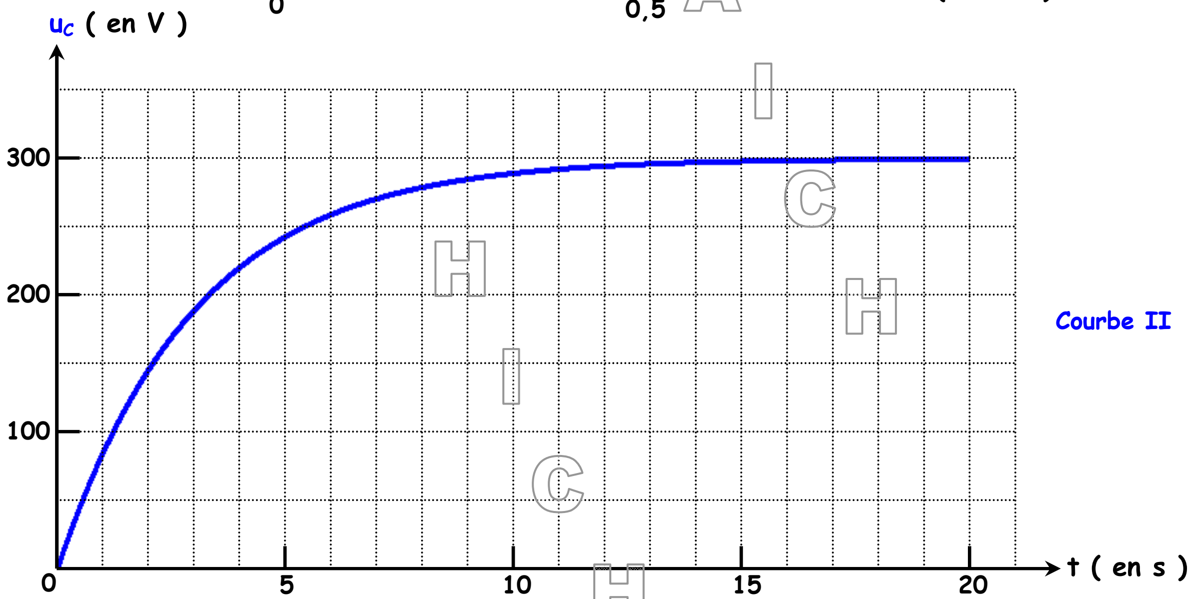


SERIE DE PHYSIQUE N° 1

Le dipôle RC

Une étude expérimentale du dispositif a permis d'obtenir les courbes I et II ci- dessous :





1°) Associer à chaque phase de fonctionnement du flash, les phénomènes de charge et de décharge du condensateur. Affecter à chacune des courbes la phase correspondante.
Les courbes I et II permettent d'évaluer la constante de temps τ lors de chacune des phases.
Expliquer et utiliser une méthode au choix permettant de déterminer τ.
Vérifier sur les courbes que l'on obtient $\tau_1 = 0,1$ ms et $\tau_2 = 3$ s. En déduire les valeurs approchées de R et r. On donne C = 100 µF.

2°) La puissance moyenne P mise en jeu lors d'un échange d'énergie ΔE pendant la durée Δt est donnée par la relation $P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$. Quelle est la tension maximale aux bornes du condensateur ?
En déduire l'énergie maximale emmagasinée par le condensateur.
On considère que la charge et la décharge est complète à $t = 5\tau$. Calculer la puissance moyenne mise en jeu lors de chaque phase. Quel est l'intérêt pratique de la différence constatée ? En déduire pourquoi la résistance r du tube doit être si petite.

Rép. Num.: 1°) Charge : courbe II ; décharge : courbe I ; **b)** $R=\dfrac{\tau_2}{C}=3.10^4\Omega$; $r=\dfrac{\tau_1}{C}=1\Omega$;

2°) $E_C=\dfrac{1}{2}CE^2=4,5J$; Phase 1 : $P_1=\dfrac{E_C}{5\tau_2}=0,3W$; Phase 1 : $P_2=\dfrac{E_C}{5\tau_1}=9.10^3W$.

SERIE DE PHYSIQUE N° 1
Le dipôle RC

EXERCICE 10 (Bac 2008 nouveau régime (1ère partie))

Avec un générateur délivrant à ses bornes une tension constante E = 6V , un résistor de résistance R , un condensateur de capacité C = 4μF et un interrupteur K , on réalise le montage schématisé sur la figure 1 .

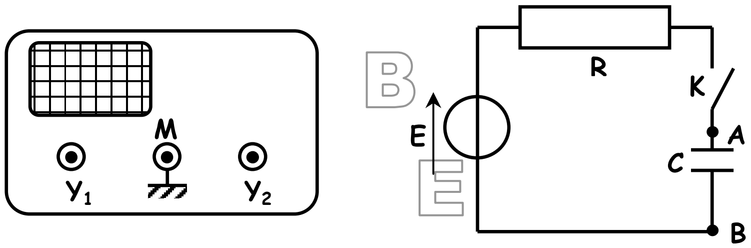


Figure 1

Un oscilloscope à mémoire permet l'étude de l'évolution de la tension u_C aux bornes A et b du condensateur au cours du temps .

I-Questions préliminaires :

1°) Compléter , sur la figure 1 « à remettre avec la copie » , les branchements avec l'oscilloscope qui permettent de visualiser $u_C(t)$ sur la voie Y_1 .

2°) Montrer que l'étude de la tension $u_C(t)$ permet de faire celle de la charge q(t) du condensateur .

II- A un instant t_0 choisi comme origine des temps , on ferme l'interrupteur K . La visualisation de $u_C(t)$ sur l'écran de l'oscilloscope a permis d'obtenir le chronogramme $(\mathcal{C})$ de la figure 2 .

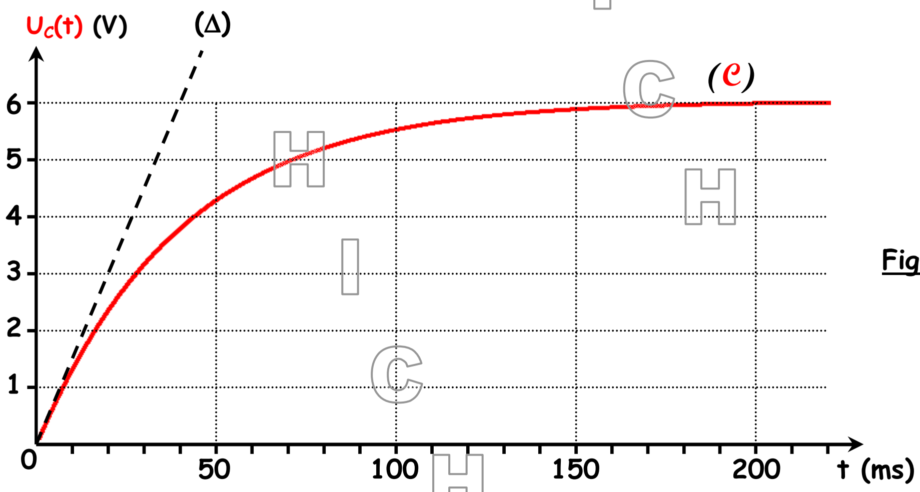


Figure 2

(Δ) : tangente au chronogramme $(\mathcal{C})$ à t_0 = 0

1°) Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension $u_C(t)$.

2°) Sachant que la solution de l'équation différentielle établie précédemment s'écrit $u_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, où τ est la constante de temps du dipôle RC , déterminer graphiquement :

a) La valeur U_0 de la tension aux bornes du condensateur à la fin de la charge et la comparer à la valeur de la tension E aux bornes du générateur .

b) La valeur de τ et en déduire celle de R .

3°) Si l'on veut charger plus rapidement le condensateur , doit-on augmenter ou bien diminuer la valeur de la résistance R ? Justifier la réponse .

4°) Calculer l'énergie W_C emmagasinée dans le condensateur à la fin de la charge .

Rép. Num.: I-1°) A→Y_1 ; B→Masse ; **2°)** $q(t)=C.u_C(t)$; **II-1°)** $u_C+RC\frac{du_C}{dt}=E$; **2°) a)** $U_0=E=6V$; **b)** τ=40ms ; $R=\frac{\tau}{C}=10^4\Omega$; **3°)** Si R↘ , τ=RC↘ ; **4°)** $W_C=\frac{1}{2}CU_0^2=72.10^{-6}J$.